2.5.14 Trojčlenka II

Předpoklady: 020313

Př. 1: 253 cihel (jedna paleta) váží 987 kg. Kolik váží 50 cihel?

253 cihel ... 987 kg
50 cihel ... x kg
Pokud všechny cihly váží stejně, jde o přímou úměrnost (čím více cihel, tím větší hmotnost mají).

$$\frac{987}{253}=\frac{x}{50} \quad / \cdot 50$$ hmotnost jedné cihly se nemění

$$x=\frac{987}{253}\cdot 50 \doteq 195 \text{ kg}$$

50 cihel váží 195 kg.

Př. 2: 15 kopáčů vykope příkop za pět dní. Za jak dlouho by ho vykopalo 6 kopáčů?

15 kopáčů ... 5 dní
6 kopáčů ... x dní

Nejde o přímou úměrnost, neplatí, že čím více kopáčů příkop kopá, tím déle ho budou kopat (naopak čím více kopáčů, tím kratší dobu budou kopat) $\Rightarrow$ nemůžeme postupovat jako u přímé úměrnosti.

Zkusíme jiný postup: Bez ohledu na počet kopáčů a počet dnů se nemění množství práce, kterou je nutné vykonat: $15\cdot 5$ člověko-dnů by musel odpracovat jeden kopáč, 15 kopáčů i 6 kopáčů, jen za různou dobu:

$$15\cdot 5=6\cdot x \quad / : 6$$

$$x=\frac{15\cdot 5}{6}=12,5 \text{ dne.}$$

6 kopáčů vykope příkop za 12,5 dne.

Pedagogická poznámka: V tomto okamžiku považuji za úspěšné vyřešení příkladu, když žák zjistí, že nejde o přímou úměrnost. Vyřešení příkladu je bonus, ukazujeme si ho na tabuli, ale neoznačujeme ho za nepřímou úměrnost.
Pokud příklad někdo z žáků vyřeší, najde většinou řešení rovnou ze zadání úvahou, kterou si ukážeme později.

Př. 3: Cyklista ujede za hodinu a půl 22 km. Za jak dlouho by ujel 30 km?

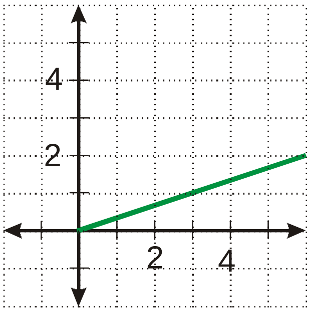
22 km ... 1,5 hodiny
30 km ... x hodin
Pokud cyklista jede přibližně stejnou rychlostí, jde o přímou úměrnost (čím déle jede, tím delší vzdálenost urazí).

$$\frac{1{,}5}{22}=\frac{x}{30} \qquad / \cdot 30 \qquad \text{(doba, potřebná k ujetí 1km, se při rovnoměrné jízdě nemění)}$$

$$x=\frac{1{,}5}{22}\cdot 30 \doteq 2{,}05 \text{ hodiny}$$

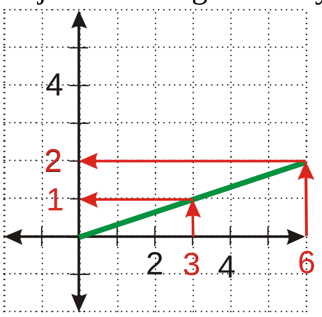
Cyklista ujede 30 km za přibližně dvě hodiny.

Př. 4: Na obrázku je graf přímé úměrnosti. Urči její předpis a doplň její tabulku.



x	$\frac{1}{2}$	1	1,5	2	$\frac{4}{3}$	5		12	
y							9		40

Najdeme si na grafu body, ze kterým můžeme určit x i y.



Máme dvě dvojice:

- pro $x=3$ jsme získali $y=1$ (y je třikrát menší než x: $1=\frac{3}{3} \Rightarrow y=\frac{x}{3}$),
- pro $x=6$ jsme získali $y=2$ (y je třikrát menší než x: $2=\frac{6}{3} \Rightarrow y=\frac{x}{3}$).

Přímá úměrnost jejíž graf je na obrázku má předpis: $y=\frac{x}{3} \Rightarrow$ snadno můžeme dopočítávat sloupce v tabulce:

- $x=\frac{1}{2}$: $y=\frac{x}{3}=\frac{\frac{1}{2}}{3}=\frac{1}{6}$,
- $x=1$: $y=\frac{x}{3}=\frac{1}{3}$,
- $x=1{,}5$: $y=\frac{x}{3}=\frac{1{,}5}{3}=0{,}5$,
- $x=2$: $y=\frac{x}{3}=\frac{2}{3}$,

- $x=\frac{4}{3}$: $y=\frac{x}{3}=\frac{\frac{4}{3}}{3}=\frac{4}{9}$,
- $x=5$: $y=\frac{x}{3}=\frac{5}{3}$,
- $x=12$: $y=\frac{x}{3}=\frac{12}{3}=4$.

Když jsme určovali x z y dělili jsme třema $\Rightarrow$ pro výpočet x z y musíme třema násobit:

- $y=9$: $x=3y=3\cdot 9=27$,
- $y=40$: $x=3y=3\cdot 40=120$.

Doplněná tabulka:

x	$\frac{1}{2}$	1	1,5	2	$\frac{4}{3}$	5	27	12	120
y	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3}$	0,5	$\frac{2}{3}$	$\frac{4}{9}$	$\frac{5}{3}$	9	4	40

Dodatek: Konstantu přímé úměrnosti můžeme klidně i vypočítat pomocí rovnice. Víme, že hledáme číslo k do vzorce: $y=k\cdot x$, například pro bod $[x;y]=[3;1]$. Dosadíme

$x=3$, $y=1$: $1=k\cdot 3 \quad /:3$

$k=\frac{1}{3}$.

Př. 5: 1 GJ tepla získáme spálením 62,5 kg dřeva. Kolik tepla získáme spálením 15 kg dřeva?

1 GJ tepla ... 62,5 kg
x GJ tepla ... 15 kg

$\frac{x}{15}=\frac{1}{62,5} \qquad /\cdot 15$ (množství tepla v 1 kg se nemění)

$x=\frac{1}{62,5}\cdot 15=0,24$ GJ

Spálením 15 kg dřeva získáme 0,24 GJ tepla.

Př. 6: Zatmění Slunce v Praze trvalo 4 hodiny a sledovalo ho 500 000 lidí. Jak dlouho by zatmění v Praze trvalo, kdyby ho sledovalo 7 miliónů lidí?

Nejde o přímou úměrnost. Délka zatmění nezávisí na tom, kolik lidí se na něj dívá. Zatmění Slunce bude opět trvat 4 hodiny.

Pedagogická poznámka: V hodině řešíme i druhý nesmysl v zadání - v Praze by těžko mohlo sledovat zatmění Slunce 7 miliónů lidí.

Př. 7: Pokud nemá dieta poškozovat zdraví, neměli bychom zhubnout za týden o více než 0,62 kg tuku. Za kolik dní můžeme zhubnout o 2 kg? O kolik kg můžeme zhubnout za čtvrt roku?

7 dní ... 0,62 kg
x dní ... 2 kg

$$\frac{x}{2}=\frac{7}{0,62} \quad / \cdot 2$$ (doba na zhubnutí o 1 kg se nemění)

$$x=\frac{7}{0,62}\cdot 2=22,6 \text{ dne}$$

Zhubnout o 2 kg bychom neměli rychleji než za 23 dní.

7 dní ... 0,62 kg
90 dní ... x kg

$$\frac{x}{90}=\frac{0,62}{7} \quad / \cdot 90$$ (množství tuku, o který můžeme zhubnout za den se nemění)

$$x=\frac{0,62}{7}\cdot 90=7,98 \text{ kg}$$

Za čtvrt roku můžeme bezpečně zhubnout o 8 kg.

Dodatek: Určitě se někdo zeptá, proč není možné hubnout rychleji. V takovém případě dostane třída za úkol zjistit nebo vymyslet, proč tomu tak je a v příští hodině s tím chvilku strávíme (konec konců je to důležitější než počítání příkladů z matematiky).

Shrnutí: Trojčlenkou můžeme řešit jen situace, ve kterých jde o přímou úměrnost.